«ΟΣΤΟΜΑΧΙΟΝ», ΕΝΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Διδακτικές προτάσεις διδασκαλίας Μαθηματικών της Β/θμιας Εκπαίδευσης

Αρδαβάνη Καλλιόπη,
3ο Γυμνάσιο Γλυφάδας, popiardv@hotmail.com

Περυσινάκη Ειρήνη
Πρότυπο Πειραματικό Λύκειο Ηρακλείου, iriniper@sch.gr

Σούφαρη Αθανασία,
2ο Γυμνάσιο Αλμυρού, asoufari@gmail.com

Περίληψη

Αρκετά συχνά, οι Μαθηματικές αποδείξεις βασίζονται σε δραστηριότητες τύπου παζλ, όπως κάποιες αποδείξεις του Πυθαγορείου θεωρήματος, ή ο μετασχηματισμός ενός πλάγιου παραλληλογράμμου σε ορθογώνιο για τον υπολογισμό του εμβαδού του.

Το αντικείμενο της διδακτικής πρότασης που ακολουθεί, είναι το αρχαιότερο παζλ όλων των εποχών, το «Οστομάχιον του Αρχιμήδη». Οι μαθητές εντοπίζουν σχήματα, υπολογίζουν εμβαδά, αναδιατάσσουν τα κομμάτια σε νέους συνδυασμούς, απαντούν σε γρίφους, αλλά δημιουργούν και δικούς τους. Η εργασία σε ομάδες που προτείνεται, προσθέτει επιπλέον οφέλη για συνεργασία, επικοινωνία, διαμόρφωση θέσεων ή αναθεωρήσεις.

Abstract

Quite often, Mathematical proof is based on “jigsaw type” activities. Naming a few, are some proofs of Pythagoras’ theorem and the transformation of a parallelogram into a rectangle with the same area.

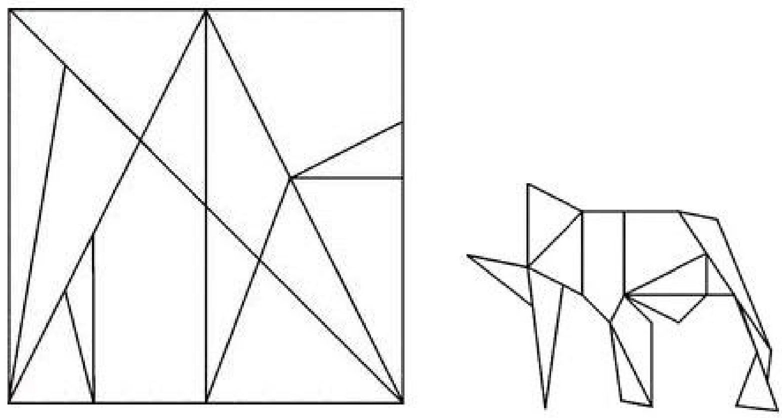
The object of the didactical proposal that follows is the most ancient jigsaw of all times, “Archimedes’ Ostomachion”. Students focus on the

variety of shapes, evaluate areas, make other combinations with the pieces, and attempt to solve riddles or create their own. Moreover, the task in groups gives additional benefits of learning as collaboration, communication, conformation of positions or reconsiderations.

0. Εισαγωγή

Η σύγχρονη τάση στη διδασκαλία των Μαθηματικών, που καταγράφεται σε δημοσιεύσεις και εξειδικευμένους ιστότοπους για την διδακτική των Μαθηματικών όπως το nrich maths [10] του Πανεπιστημίου του Κέιμπριτζ ή το Illuminations [8, 9] του NCTM (National Counsil of Teachers of Mathematics), είναι ο εμπλουτισμός του μαθήματος με δραστηριότητες που αναπτύσσουν την φαντασία και δημιουργικότητα των μαθητών μέσα από το παιχνίδι.

Το πιο οικείο «μαθηματικό παιχνίδι» που απαντάται στις αυστηρές μαθηματικές αποδείξεις πολλών θεωρημάτων, όπως το Πυθαγόρειο ή ο υπολογισμός του εμβαδού ενός πλάγιου παραλληλογράμμου, είναι το παζλ: Δηλαδή, η αναδιάταξη κάποιων απλών γεωμετρικών σχημάτων σε νέους σύνθετους σχηματισμούς.



Εικόνα 1

Είναι θαυμάσια η διαπίστωση ότι αυτό το “παιχνίδι” δεν άφησε αδιάφορο ούτε τον μεγάλο Αρχιμήδη 2200 χρόνια πριν.

Όπως φαίνεται σε έργο του, που το μοναδικό αντίγραφο διασώθηκε μερικώς στο παλίμψηστο [1, 3], ο Αρχιμήδης προσπαθεί να εντοπίσει γεωμετρικές σχέσεις σε ένα από τα αρχαιότερα παζλ, το «Οστομάχιον», που αποδίδεται ως «η μάχη των οστών», καθώς τα τεμάχιά του ήταν συνήθως κατασκευασμένα από ελεφαντοστό. Η ιδέα του παιχνιδιού είναι αρκετά οικεία σε όσους γνωρίζουν το «Tangram»: ένα τετράγωνο διαιρείται σε πολυγωνικά χωρία με σκοπό να αναδιαταχθούν αυτά κατάλληλα ώστε να σχηματίσουν κάποια άλλη φιγούρα, όπως μια περικεφαλαία, μια χήνα που πετάει, ή έναν ελέφαντα.

Στη μελέτη του ο Αρχιμήδης διαπιστώνει πως ο λόγος του εμβαδού ενός τεμαχίου προς το εμβαδόν του αρχικού τετραγώνου είναι ρητός αριθμός. Αυτό ισοδυναμεί με το ότι αν επιλέξουμε κατάλληλη μονάδα μέτρησης του εμβαδού, είναι δυνατόν κάθε τεμάχιο να έχει ακέραιο εμβαδόν. Σήμερα εικάζεται όμως πως ο Αρχιμήδης στόχευε σε ένα πολύ πιο απαιτητικό ερώτημα συνδυαστικής: Με πόσους τρόπους τα 14 τεμάχια είναι δυνατόν να συνθέσουν το αρχικό τετράγωνο; Η απάντηση δόθηκε το 2003 από τον Bill Culter [6] με χρήση υπολογιστών: Υπάρχουν 536 διαφορετικοί συνδυασμοί, κι αν επιτρέψουμε και τις συμμετρίες, τότε ανέρχονται στους 17152.

Μια διδακτική οπτική στο παζλ «Οστομάχιον» ή «Στομάχιον», όπως έχει επικρατήσει, αποκαλύπτει έναν μεγάλο πλούτο μαθηματικών εννοιών καθώς και ευκαιρίες για την καλλιέργεια γεωμετρικών δεξιοτήτων: τρόποι διχοτόμησης και τριχοτόμησης τμημάτων, ιδέες για τον υπολογισμό εμβαδών ή την σύγκριση εμβαδών δύο σχημάτων, ισεμβαδικά σχήματα, συμμετρίες, συνδυασμοί - αναδιατάξεις

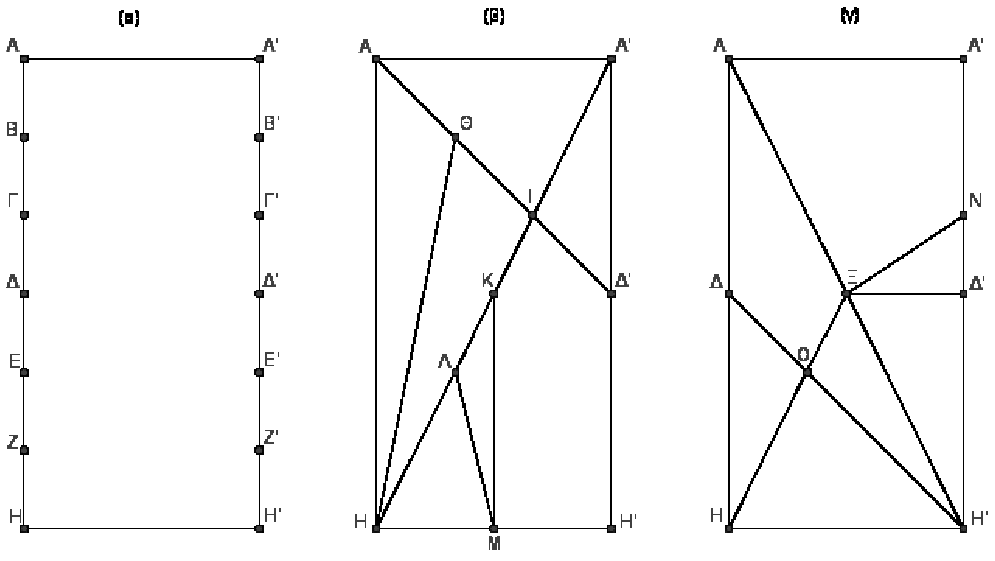
Στη παρούσα ανακοίνωση παρουσιάζουμε μια διδακτική πρόταση, από τις πολλές που θα μπορούσαν να διαμορφωθούν Αποτελείται από μια σειρά δραστηριοτήτων, όπου κάθε φορά ζητούμενο είναι η επίλυση κάποιου γρίφου. Οι μαθητές, προκειμένου να απαντήσουν, θα πρέπει να καλλιεργήσουν την ευρηματικότητα τους, ενώ αναμένεται στην πορεία να καταλήξουν σε συμπεράσματα και γενικεύσεις. Παίζοντας λύνουν γρίφους και απαντούν σε παιγνιώδη ερωτήματα, ανακαλύπτουν κανόνες, σχέσεις, θεωρήματα, πράγμα το οποίο «αυτόματα» αλλάζει οποιαδήποτε αρνητική στάση τους προς το μάθημα των Μαθηματικών. Στην αναζήτηση μιας λύσης ξεκινούν όλοι από την ίδια βάση και προχωρούν μια διαδρομή πλούσια σε εμπειρίες, γνώσεις και μάθηση. Βρίσκουν νέους τρόπους συνεργασίας, καλλιεργούν την κριτική τους σκέψη, αλληλεπιδρούν και πειραματιζόμενοι δημιουργούν τις δικές τους κατασκευές μαθαίνουν πως να μαθαίνουν.

1. Εφαρμογή στη τάξη - δραστηριότητες:

Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες των 6 ατόμων και σε υποομάδες των 3 ατόμων. Κάθε μια υποομάδα ασχολείται με ένα ερώτημα της εργασίας και ανταλλάσσει ευρήματα και απόψεις με την άλλη. Όλοι μαζί ως ομάδα συζητούν, κρίνουν τα ευρήματα και αποφασίζουν για τη πορεία της εργασίας.

1.1 Δραστηριότητα 1η: Κατανοώντας τον σχηματισμό των κομματιών.

Με αυτόν τον γρίφο οι μαθητές έρχονται σε πρώτη επαφή με τα τεμάχια του Οστομάχιου, σχεδιάζοντας τα. Ο πρώτος γρίφος έχει σχεδιαστεί για να κατανοήσουν τις σχέσεις των ευθυγράμμων τμημάτων - πλευρών των πολυγώνων.



Εικόνα 2

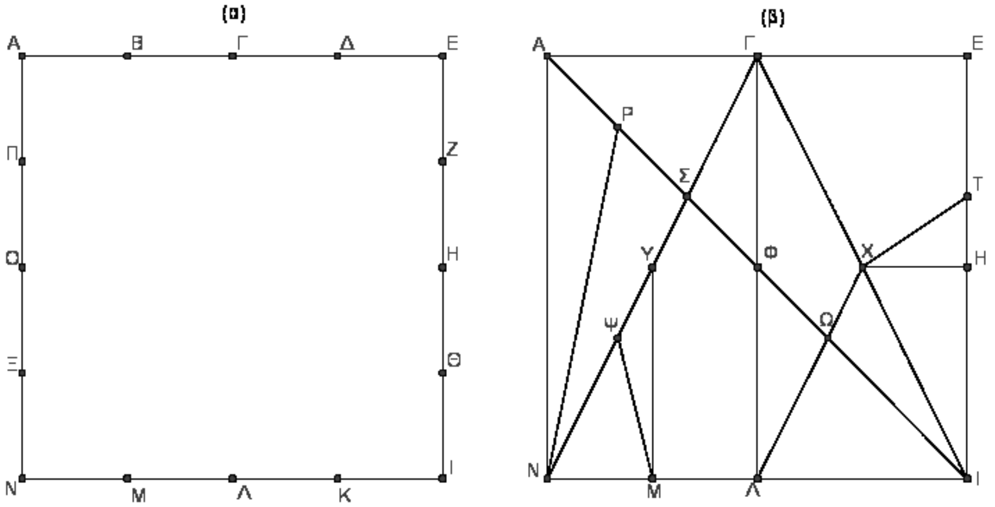
Γρίφος 1ος: Δίνεται σε κάθε υποομάδα μαθητών ένα ορθογώνιο που η μια πλευρά του είναι διπλάσια από την άλλη (Εικόνα 2α), του οποίου κάθε μεγάλη πλευρά του έχει διαιρεθεί σε έξι ίσα τμήματα. Μαζί με αυτό, δίνεται και ένα πανομοιότυπο ορθογώνιο διαιρεμένο σε πολύγωνα (Εικόνα 2β και 2γ). Ζητείται από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν μονάχα χάρακα και τα σημεία υποδιαίρεσης των πλευρών του πρώτου ορθογωνίου, ώστε να σχεδιάσουν τα πολύγωνα που εμφανίζονται στο δεύτερο ορθογώνιο. Ο καθηγητής δίνει την οδηγία πως επιτρέπεται να σχεδιαστούν βοηθητικά και άλλες γραμμές ή σημεία, τα οποία θα σβήσουν στο τέλος.

Οι μαθητές, για να αντιμετωπίσουν αυτόν τον γρίφο, θα πρέπει να φέρουν βοηθητικές ευθείες (για παράδειγμα, το Λ είναι το σημείο τομής της Α΄Η και της ΕΕ΄) και να παρατηρήσουν συνευθειακά σημεία (όπως τα Α, Λ, Μ ή τα Α΄, Ξ, Ο, Η). Στη συνέχεια, κάθε υποομάδα παρουσιάζει την εργασία της στην ολομέλεια.

Είναι μια καλή ευκαιρία για τον εκπαιδευτικό να αναδείξει τις διάφορες σχέσεις τμημάτων. Υπάρχουν ίσα τμήματα; Είναι κάποια σημεία μέσα τμημάτων; Υπάρχουν ομάδες συνευθειακών σημείων (τριών και άνω); Ποιο το είδος των τριγώνων που σχηματίστηκαν ως προς γωνίες και ως προς πλευρές; Στο Λύκειο, τα παραπάνω ερωτήματα θα μπορούσαν να διερευνηθούν με μεγαλύτερη σχολαστικότητα, εμπλέκοντας την κλίση ευθείας ή το μήκος και τον συντελεστή διεύθυνσης διανυσμάτων.

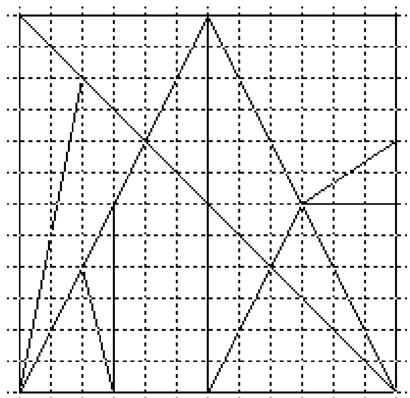
Γρίφος 2ος: Σε κάθε ομάδα δίνεται ένα τετράγωνο που κάθε πλευρά του έχει διαιρεθεί σε τέσσερα ίσα μέρη (εικόνα 3α) και ένα ίσο τετράγωνο όπου απεικονίζονται τα τεμάχια του Οστομάχιου (εικόνα 3β). Όπως και προηγουμένως, ζητείται να σχεδιάσουν στο κενό τετράγωνο τα τμήματα που εμφανίζονται στο δεύτερο τετράγωνο, χρησιμοποιώντας μόνο χάρακα και τα σημεία υποδιαίρεσης των πλευρών του τετραγώνου. Στην πορεία, επιτρέπεται και πάλι να σχεδιαστούν άλλες βοηθητικές γραμμές ή σημεία.

Αναμένεται οι μαθητές να αναγνωρίσουν τα δύο ορθογώνια που τους είχαν δοθεί προηγουμένως και να εντοπίσουν κι εδώ τα συνευθειακά σημεία ή να φέρουν κάποιες εύκολες βοηθητικές ευθείες (για παράδειγμα, το Ψ είναι το σημείο τομής των ΑΜ και ΓΝ, ή το Τ είναι το σημείο τομής των ΕΙ και ΝΧ). Ενδεχομένως όμως να δυσκολευτούν να «δουν» ότι το Ρ είναι το σημείο τομής των ΒΟ και ΑΦ.



Εικόνα 3

Παρακολουθώντας λοιπόν την αμηχανία των μαθητών του, ο καθηγητής μοιράζει τετραγωνισμένα χαρτιά στις ομάδες και τις ενθαρρύνει να αποτυπώσουν εκεί το τεμαχισμένο τετράγωνο σε «βολική» κλίμακα, ώστε όλες οι κορυφές των πολυγώνων, να είναι σημεία του πλέγματος. Με λίγους πειραματισμούς, στην προσπάθειά τους να επιτύχουν τόσο το ΤΗ, όσο και το ΝΜ με ακέραιο μήκος, περιμένουμε να εντοπίσουν τις ιδανικές διαστάσεις του τετραγώνου, 12×12 (Εικόνα 4). Κατόπιν, θα πρέπει να επανέλθουν στον γρίφο και να προσπαθήσουν να δώσουν την απάντηση που ζητείται.


Εικόνα 4

Στην ολομέλεια, οι ομάδες αναδεικνύουν τα νέα στοιχεία: Ποια η σχετική θέση της ευθείας ΣΤ με τις πλευρές ΑΕ και ΙΝ του τετραγώνου; (είναι παράλληλη) Αν θεωρήσουμε όλες τις ευθείες που διέρχονται από τουλάχιστον δύο σημεία-κορυφές πολυγώνων, μπορούμε να εντοπίσουμε σε αυτές και άλλες που να είναι παράλληλες με την ΣΤ; (επιπλέον τις ΥΗ και ΨΩ) Αν πάρουμε τις παράλληλες ΑΕ, ΣΤ και ΥΗ, σε ποιους λόγους διαιρούν τα τμήματα ΑΦ και ΕΗ;

Άξιο παρατήρησης είναι η τριχοτόμηση του ευθυγράμμου τμήματος ΑΦ και ο τρόπος που επιτυγχάνεται.

Τέλος, ο καθηγητής ενημερώνει τους μαθητές για την ιστορικότητα του αντικειμένου και το παιχνίδι «Οστομάχιον». Μάλιστα τους ενθαρρύνει να δημιουργήσουν το δικό τους Οστομάχιον με χαρτόνι και να «παίξουν» μαζί του στον ελεύθερο χρόνο τους. Αυτή η ενασχόληση θα τους βοηθήσει σημαντικά στην 4η δραστηριότητα.

1.2 Δραστηριότητα 2η: υπολογίζοντας εμβαδά.

Μετά από την πρώτη δραστηριότητα, οι μαθητές θα έχουν εξοικειωθεί αρκετά με τις μετρικές σχέσεις στο Οστομάχιο. Στο Λύκειο, αυτή είναι μια καλή βάση για την σύγκριση εμβαδών: Αν οι μαθητές εντοπίσουν σχέσεις βάσεων και υψών σε δύο τρίγωνα, τότε μπορούν να υπολογίσουν τον λόγο των εμβαδών τους. Δείτε για παράδειγμα τα ΑΓΣ και ΑΣΝ. Προτείνουμε λοιπόν τον ακόλουθο γρίφο για το Λύκειο:

Γρίφος 3ος: Από τα κομμάτια που συνθέτουν το Οστομάχιον, εντοπίσετε εκείνο με το μικρότερο εμβαδόν. Κατόπιν, συγκρίνετε το εμβαδόν των υπόλοιπων κομματιών με αυτό, βρίσκοντας τον λόγο τους. Τι παρατηρείτε;

Το ενδιαφέρον είναι ότι έχουμε δύο τρίγωνα με το ελάχιστο εμβαδόν, τα ΥΨΜ και ΤΧΗ, ενώ το εμβαδόν των υπόλοιπων πολυγώνων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο αυτών.

Στο Γυμνάσιο η σύγκριση των εμβαδών είναι ένα πιο προχωρημένο θέμα, γι' αυτό προτείνουμε πρώτα να γίνει ο υπολογισμός σε τετραγωνισμένο χαρτί και έπειτα να γίνει η σύγκριση των εμβαδών. Προτείνουμε λοιπόν τον επόμενο γρίφο:

Γρίφος 4ος: Χρησιμοποιήστε την «βολική» κλίμακα για το Οστομάχιο, όπου αποτυπώνονται όλες οι κορυφές των πολυγώνων σε σημεία πλέγματος, ώστε να υπολογίσετε το εμβαδόν κάθε κομματιού του Οστομάχιου. Θεωρήστε ως μονάδα μέτρησης εμβαδού το ένα τετραγωνάκι. Ποιο κομμάτι έχει ελάχιστο εμβαδόν; Ποια η σχέση των εμβαδών των άλλων κομματιών με αυτό;

1.3 Δραστηριότητα 3η: Η «ανακάλυψη» του θεωρήματος του Pick.

Το θεώρημα του Pick παρέχει έναν απλό, αλλά εντυπωσιακό τρόπο για να υπολογίζουμε εμβαδά απλών πολυγωνικών χωρίων που οι κορυφές τους είναι σημεία τετραγωνικού πλέγματος: Μετράμε το πλήθος των σημείων του πλέγματος στην περίμετρο του πολυγώνου, έστω $Σ_Π$ και το πλήθος των σημείων του πλέγματος στο εσωτερικό του πολυγώνου, έστω $Σ_Ε$. Τότε, το εμβαδόν δίνεται από τον τύπο

$$Ε=Σ_Ε+Σ_Π/2 - 1$$

Με τον επόμενο γρίφο οι μαθητές συμπληρώνουν τρεις στήλες ενός πίνακα, ώστε να βοηθηθούν να εντοπίσουν αυτή τη σχέση:

Γρίφος 5ος: Ας πάρουμε πάλι την «βολική» απεικόνιση του οστομάχιου ώστε κάθε κορυφή πολυγώνου να είναι σημείο πλέγματος. Κάντε στη συνέχεια το εξής: Για κάθε κομμάτι του Οστομάχιου, μετρήστε το πλήθος των σημείων του πλέγματος που βρίσκονται στο εσωτερικό του και καταχωρίστε τον αριθμό στην στήλη «$Σ_Ε$». Κάντε το ίδιο για τα σημεία που βρίσκονται στην περίμετρό του, διαιρέστε με το 2 και το αποτέλεσμα σημειώστε το στην στήλη «$Σ_Π/2$». Τέλος, στην στήλη «Ε» συμπληρώστε το εμβαδόν του πολυγώνου. Μπορείτε να εντοπίσετε κάποια σχέση ανάμεσα στους τρεις αριθμούς; Ελέγξτε αν η σχέση αυτή ισχύει και για άλλα πολύγωνα.

Στην ολομέλεια, ο εκπαιδευτικός αναδεικνύει το ότι είναι απαραίτητο το πολύγωνο να έχει κορυφές σημεία του πλέγματος. Για καλύτερη κατανόηση του θεωρήματος του Pick δίνεται και ο ακόλουθος γρίφος:

Γρίφος 6ος: Δίνουμε ένα ερώτημα-γρίφο σε κάθε υποομάδα

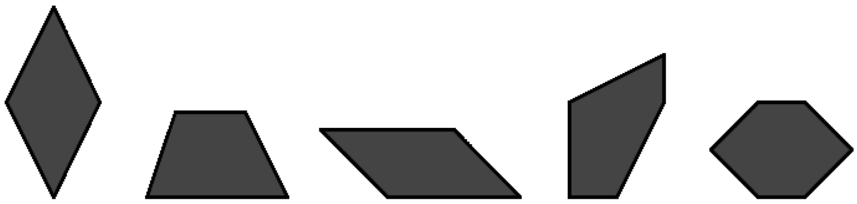
α) Ένα τρίγωνο με κορυφές σημεία του πλέγματος έχει εμβαδόν 1. Πόσα σημεία έχει στο εσωτερικό του; Πόσα έχει στην περίμετρό του; Μπορείτε να σχεδιάσετε τέτοια τρίγωνα;

β) Ένα τρίγωνο με κορυφές σημεία του πλέγματος έχει εμβαδόν 2. Πόσα σημεία έχει στο εσωτερικό του; Πόσα έχει στην περίμετρό του; Μπορείτε να σχεδιάσετε τέτοια τρίγωνα;

Ανταλλάσσουν τα ευρήματα στην ομάδα τους και κάνουν σχετικές παρατηρήσεις Αναμένεται να διαπιστώσουν ότι στο α) η απάντηση στα δύο ερωτήματα είναι μοναδική, ενώ στο β) όχι.

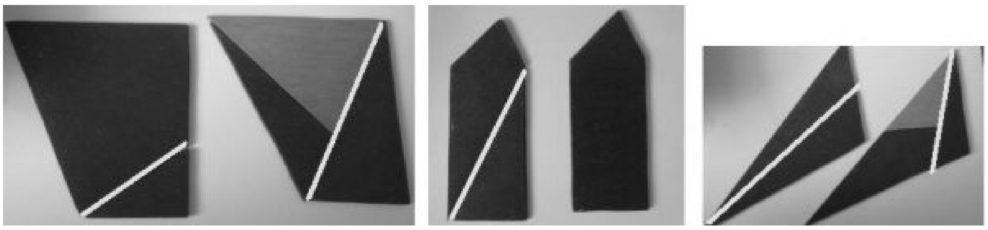
1.4 Δραστηριότητα 4η: Παίζοντας με το Οστομάχιον.

Ερχόμαστε τώρα στο πιο «παιχνιδιάρικο» σημείο της διδακτικής πρότασης, όπου οι μαθητές καλούνται να συνθέσουν με τα 14 κομμάτια διάφορες φιγούρες που τους δίνει ο καθηγητής, όπως τις εικονιζόμενες στην 5. Οι μαθητές θα μπορούσαν να εργαστούν με ένα Οστομάχιον από ξύλο ή χαρτόνι, ή με την κατάλληλα σχεδιασμένη εφαρμογή GeoGebra [2].



Εικόνα 5

Αναμενόμενο είναι να ανακαλύψουν παρέες από ισοδύναμα σχήματα μέσα στο ίδιο το Οστομάχιον, όπως τα εικονιζόμενα στην εικόνα 6:

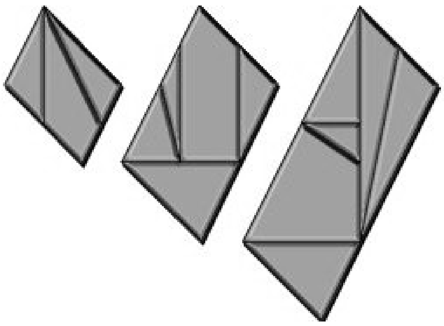


Εικόνα 6

Στο σημείο αυτό, θα ήταν ενδιαφέρον να τεθεί ο ακόλουθος γρίφος [4]:

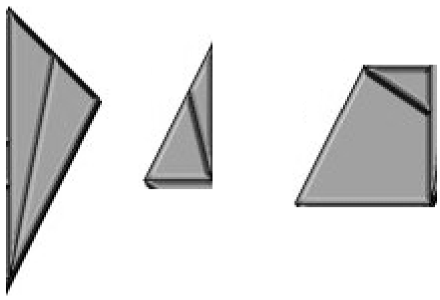
Γρίφος 7ος: Να δημιουργήσετε με τα 14 κομμάτια του Οστομάχιου τρία παραλληλόγραμμα, έτσι ώστε οι λόγοι των εμβαδών τους να είναι 1:2:3, δηλαδή το δεύτερο να έχει διπλάσιο εμβαδόν από το πρώτο και το τρίτο τριπλάσιο από το πρώτο.

Αναμένεται να εντοπίσουν τον συνδυασμό στην εικόνα 7. Ενδιαφέρον είναι ότι όλα μαζί σχηματίζουν ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο και καθένα έχει εμβαδό 1/6, 2/6, 3/6 του παραλληλογράμμου, συνεπώς 1/6, 1/3, 1/2 του εμβαδού του τετραγώνου.



Εικόνα 7

Η πιο σημαντική ανακάλυψη τους σε αυτό το στάδιο εργασιών είναι ότι τρία ζευγάρια σχημάτων πάνε πάντα μαζί (εικόνα 8), επειδή ένα τρίγωνο από κάθε ζεύγος περιέχει άρρητη γωνία και δεν μπορεί να σχηματίσει με άλλες γωνίες άθροισμα 180^o. Αυτό θα τους χρειαστεί στον επόμενο, και πιο δύσκολο γρίφο:



Εικόνα 8

Γρίφος 8ος: Υπάρχουν και άλλοι συνδυασμοί των 14 κομματιών που συνθέτουν το αρχικό τετράγωνο;

Θα χρειαστεί οι μαθητές να ενεργήσουν μεθοδικά. Να παρατηρήσουν την διαίρεση του Οστομάχιου σε δύο ίσα μέρη, τόσο από την διάμεσο ΓΛ, όσο και από την διαγώνιο ΑΙ (εικόνα 3). Συνεπώς, με αντιμετάθεση αυτών των μερών, προκύπτει νέος, ίσως όμως τετριμμένος, συνδυασμός. Το ίδιο συμβαίνει με την αντιμετάθεση των τριγώνων ΥΝΜ και ΧΗΙ. Θα ανακαλύψουν ότι με απλές μετακινήσεις σχημάτων προκύπτει πάλι τετράγωνο και το δικαιολογούν από τις συμμετρίες που παρατηρούν.

Ίσως οι μαθητές να έχουν αρχίσει να αναρωτιόνται για το πλήθος των γνήσια διαφορετικών περιπτώσεων. Είναι δυνατόν, με διαδοχικές αντιμεταθέσεις δύο κομματιών, να παραχθούν 266 διαφορετικοί συνδυασμοί, όπως επισημαίνουν οι Fan Chung και Ron Graham [7]. Φυσικά, το συνολικό πλήθος των 536 περιπτώσεων, πραγματικά εντυπωσιάζει.

2. Πιθανές επεκτάσεις

Εμπλουτίζοντας την παραπάνω πρόταση, θα μπορούσαν οι μαθητές:

α. Να σχηματίσουν τα σημεία και τα τμήματα διαμέρισης του τετραγώνου σε χάρτινο τετράγωνο, με διπλώσεις (άσκηση χαρτοδιπλωτικής)

β. Να επιλύσουν ένα κρυπτόλεξο, προκειμένου να απαντήσουν ευκολότερα στον 7ο γρίφο, όμοιο με το «The Ostomachion (kryptos)» [13].

γ. Να ασχοληθούν με παρόμοια παζλ όπως το Tangram [8] ή το «αυγό του Κολόμβου» [11].

δ. Να μελετήσουν, με τη βοήθεια Φιλόλογου, το αρχαίο κείμενο του Αρχιμήδη [1, 5, 14], ώστε να καταγράψουν την πορεία της σκέψης του μεγάλου Μαθηματικού.

ε. Να δημιουργήσουν τα δικά τους σχέδια, παζλ και γρίφους.

στ. Να δημιουργήσουν δικές τους ασκήσεις και να τις απαντούν όπως: Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των απέναντι πλευρών ΑΒ, ΓΔ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, να δείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΜ, ΓΝ τριχοτομούν τη διαγώνιο ΒΔ του παραλληλογράμμου (ως επέκταση του γρίφου 2, από την παρατήρηση της τριχοτόμησης του ευθυγράμμου τμήματος ΑΦ και τον τρόπο που επιτυγχάνεται).

3. Συμπεράσματα

Το «Οστομάχιον» είναι ένας μικρός θησαυρός Ένα παζλ με γεωμετρικά σχήματα με τα οποία αρχικά φαίνεται ότι μπορείς να παίζεις για να σχηματίσεις διάφορες φιγούρες. Μελετώντας όμως τον τρόπο κατασκευής του ανακαλύπτεις ότι τα γεωμετρικά σχήματα σου «μιλούν» και σε «καλούν» για περαιτέρω διερεύνηση. Θα μπορούσε να ονομαστεί «το αλφαβητάριο των μαθηματικών» αφού σε ένα μικρό αντικείμενο κρύβονται τόσες πολλές μαθηματικές αλήθειες. Αρκεί να κάνουμε την ερώτηση και το «Οστομάχιον» έχει την απάντηση. Οι μαθητές γίνονται μικροί εξερευνητές και κατακτούν τη «μαθηματικοχώρα».

4. Βιβλιογραφία - Δικτυογραφία

1. Αρχιμήδους Άπαντα, τόμος Β σελίδες 369-381, έκδοση Τ.Ε.Ε., Αθήνα, 1973
2. Σούφαρη Αθανασία, Το στομάχιον του Αρχιμήδη, GeoGebra Tube http://www.geogebratube.org/material/show/id/14489
3. Σπανουδάκης Νίκος, Αρχιμήδης, ISBN: 978-960-93-4181-3
4. Archimedes' Laboratory, October-November 2000 puzzles http://www.archimedes-lab.org/pzm21b.html
5. Archimedes' Laboratory, Ostomachion, original text http://www.archimedes-lab.org/latin_ostomachion.html
6. Ed Pegg's Math Games - The Loculus of Archimedes, Solved, Mathematical Association of America (MAA) http://www.maa.org/editorial/mathgames/mathgames_11_17_03.html
7. Fan Chung and Ron Graham, A tour of Archimedes' Stomachion http://www.math.ucsd.edu/~fan/stomach/tour/index.html
8. Illuminations: Geometric Understanding Through Tangram Puzzles http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L402
9. Illuminations: Archimedes' Puzzle http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?id=L720
10. In Archimedes' Puzzle, a New Eureka Moment, The New York Times, December 14, 2003 http://www.math.binghamton.edu/zaslav/Nytimes/+Science/+Math/archimedes-combinatorics.20031214.html
11. Nrich Maths, University of Cambridge http://nrich.maths.org/frontpage
12. Puzzle Playground - The Egg of Columbus http://www.puzzles.com/PuzzlePlayground/TheEggofColumbus/TheEggofColumbus.htm
13. Reviel Netz and William Noel, The Arcimedes Codex: How a Medieval Prayer Book is Revealing the True Genius of Antiquity's Greatest Scientist, Da Capo Press, 2007, ISBN-13: 978-0306815805
14. The Ostomachion (kryptos) - YouTube http://www.youtube.com/watch?v=8DzCad3BDlQ