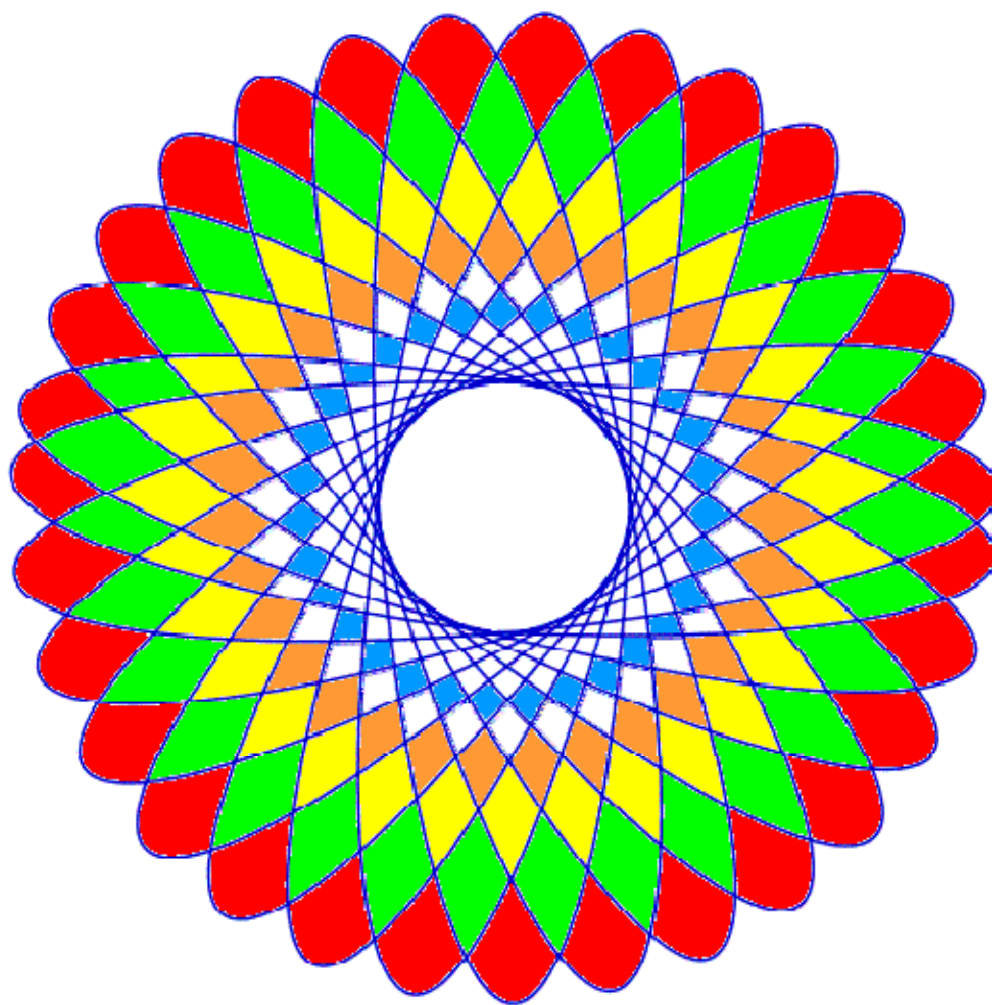


Φεργαδιώτης Αθανάσιος

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΣΤΗΝ



ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέμα 2^ο (42)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο - ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

(15)

1.GI_V_ALG_2_16950

α) Να κατασκευάσετε ένα γραμμικό σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους με συντελεστές διάφορους του μηδενός, το οποίο να είναι αδύνατο.

(Μονάδες 10)

β) Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις δυο εξισώσεις του συστήματος που ορίσατε στο α) ερώτημα και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο.

(Μονάδες 15)

2.GI_V_ALG_2_16954

Δίνεται η εξίσωση: $8x + 2y = 7$ (1)

α) Να γράψετε μια άλλη εξίσωση που να μην έχει καμία κοινή λύση με την εξίσωση (1).

(Μονάδες 10)

β) Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις δυο εξισώσεις και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο.

(Μονάδες 15)

3.GI_V_ALG_2_16957

Δύο φίλοι, ο Μάρκος και ο Βασίλης, έχουν άθροισμα ηλικιών 27 χρόνια, και ο Μάρκος είναι μεγαλύτερος από το Βασίλη.

α) Μπορείτε να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

β) Δίνεται επιπλέον η πληροφορία ότι η διαφορά των ηλικιών τους είναι 5 χρόνια. Να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός.

(Μονάδες 12)

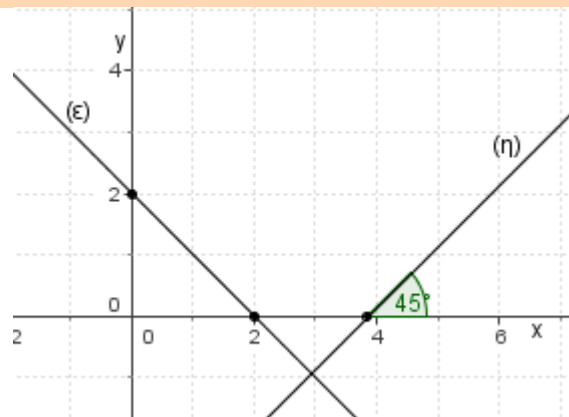
4.GI_V_ALG_2_16960

α) Με βάση τα δεδομένα του σχήματος, να προσδιορίσετε τις εξισώσεις των ευθειών (ε) και (η).

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους.

(Μονάδες 13)



5.GI_V_ALG_2_17647

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ ax + \beta y = \gamma \end{cases}$$
 με παραμέτρους $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(2, -3)$.

(Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο.

(Μονάδες 12)

6.GI_V_ALG_2_17650

Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος x cm , πλάτος y cm , περίμετρο ίση με 38 cm και με την ακόλουθη ιδιότητα:

Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 2 cm και μειώσουμε το πλάτος του κατά 4 cm, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του αρχικού.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές των διαστάσεων x , y του ορθογωνίου.

(Μονάδες 15)

7.GI_V_ALG_2_17651

Στο δημοτικό parking μιας επαρχιακής πόλης στις 10 το πρωί, το σύνολο των δίκυκλων και τετράτροχων οχημάτων που έχουν παρκάρει είναι 830 και το πλήθος των τροχών τους 2.700.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τον αριθμό των δίκυκλων καθώς και τον αριθμό των τετράτροχων οχημάτων.

(Μονάδες 12)

8.GI_V_ALG_2_17683

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} (\lambda + 1)x + 2y = 3 \\ 4x + (\lambda - 1)y = -6 \end{cases}$$
, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν $\lambda = -3$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει άπειρες λύσεις. Να βρείτε μια λύση.

(Μονάδες 8)

β) Αν $\lambda = 3$, να δείξετε ότι το σύστημα είναι αδύνατο.

(Μονάδες 8)

γ) Αν $\lambda = 0$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση την οποία και να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 9)

9.GI_V_ALG_2_17703

Δίνονται οι ευθείες με εξισώσεις:

$$(ε_1) : 2x - y = -1$$

$$(ε_2) : (\lambda - 1)x - y = 6, \text{ με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ να είναι παράλληλες.

(Μονάδες 8)

β) Να παραστήσετε γραφικά τις $ε_1$ και $ε_2$, για $\lambda = 3$.

(Μονάδες 8)

γ) Υπάρχει τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ να ταυτίζονται; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

10.GI_V_ALG_2_17709

Δίνονται οι ευθείες $ε_1 : 2x + y = 5$, $ε_2 : -2x + 3y = -9$ και $ε_3 : 3x + 2y = 7$.

α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των $ε_1$ και $ε_2$.

ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των $ε_1$ και $ε_3$.

(Μονάδες 12)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α), να δείξετε ότι το κοινό σημείο των $ε_2$ και $ε_3$ είναι σημείο της $ε_1$.

(Μονάδες 13)

11.GI_V_ALG_2_17717

Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η κάθε μια από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η κάθε μια από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

α) Αν x ο αριθμός σειρών του κάτω και y ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα δύο εξισώσεων.

(Μονάδες 12)

β) Πόσες σειρές έχει το πάνω και πόσες το κάτω διάζωμα;

(Μονάδες 13)

12.GI_V_ALG_2_17734

Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2: x - 2y = -3$

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M .

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε για ποια τιμή του a , η ευθεία $3x + ay = a + 5$ διέρχεται από το M .

(Μονάδες 12)

13.GI_V_ALG_2_18637

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ ax + by = \gamma \end{cases}$$
 με παραμέτρους $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους a, β, γ , ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(1, -4)$.

(Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους a, β, γ , ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο και να επαληθεύσετε γραφικά την επιλογή σας.

(Μονάδες 12)

14.GI_V_ALG_2_18638

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ ax + by = \gamma \end{cases}$$
 με παραμέτρους $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους a, β, γ , ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος $(-1, 5)$.

(Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους a, β, γ , ώστε το σύστημα αυτό να έχει άπειρες λύσεις και να επαληθεύσετε γραφικά την επιλογή σας.

(Μονάδες 12)

15.GI_V_ALG_2_20328

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda x + y = 2 \\ \lambda x + \lambda y = \lambda + 1 \end{cases}$$
, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι για τις ορίζουσες D, D_x, D_y του συστήματος ισχύουν $D = \lambda(\lambda - 1), D_x = \lambda - 1$ και $D_y = \lambda(\lambda - 1)$

(Μονάδες 15)

β) Αν είναι $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq 1$, τότε να λύσετε το σύστημα.

(Μονάδες 10)

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

(1)

1.GI_V_ALG_2_17659

α) Να λύσετε αλγεβρικά το σύστημα
$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

(Μονάδες 15)

β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τις λύσεις του συστήματος που βρήκατε στο ερώτημα α).

(Μονάδες 10)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ – ΑΚΡΟΤΑΤΑ – ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ (4)

1.GI_V_ALG_2_16962

Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $A(5,2)$ και $B(4,9)$.

- α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f αιτιολογώντας την απάντησή σας. (Μονάδες 12)
- β) Να λύσετε την ανίσωση $f(5-3x) < 2$. (Μονάδες 13)

2.GI_V_ALG_2_17688

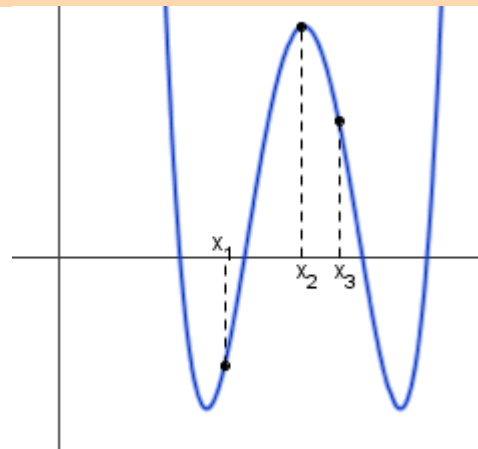
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, με $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι η $f(x) \leq 1$. (Μονάδες 8)
- β) Είναι το 1 η μέγιστη τιμή της συνάρτησης; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)
- γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 9)

3.GI_V_ALG_2_17698

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

- α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς $f(x_1)$, $f(x_2)$ και $f(x_3)$. (Μονάδες 10)
- β) Είναι η συνάρτηση f γνησίως μονότονη στο \mathbb{R} ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)
- γ) Παρουσιάζει η f μέγιστο στο σημείο x_2 ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)



4.GI_V_ALG_2_17732

Έστω γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(2,3)$ και $B(4,5)$.

- α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f . (Μονάδες 13)
- β) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο -2 , να δείξετε ότι $f(0) > 0$. (Μονάδες 12)

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ – ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

(5)

1.GI_V_ALG_2_16965

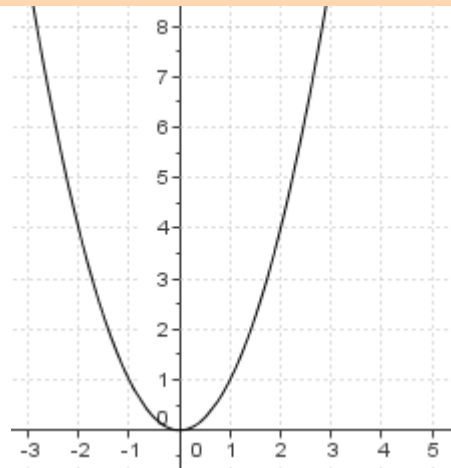
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$.

(Μονάδες 12)

β) Στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , μετατοπίζοντας κατάλληλα την $y = x^2$.

(Μονάδες 13)



2.GI_V_ALG_2_18632

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι παραβολές C_f και C_g που είναι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.

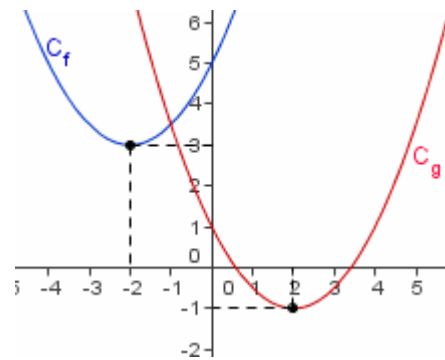
Παρατηρώντας το σχήμα:

α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε μέσω ποιων μετατοπίσεων της C_f προκύπτει η C_g .

(Μονάδες 15)



3.GI_V_ALG_2_18634

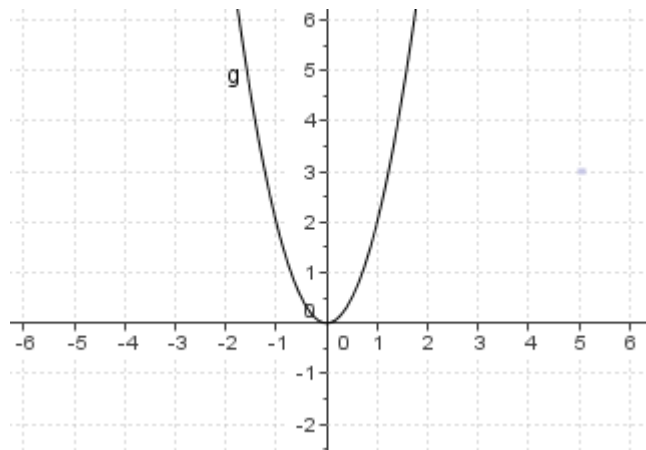
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$.

α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f γράφεται στη μορφή: $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$.

(Μονάδες 10)

β) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και να εξηγήσετε πώς αυτή προκύπτει μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της g .

(Μονάδες 15)



4.GI_V_ALG_2_19914

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5, x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x = 0$.

(Μονάδες 8)

β) Είναι η f άρτια συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

γ) Με ποια μετατόπιση της $g(x) = x^2$ προκύπτει η C_f ;

(Μονάδες 9)

5.GI_V_ALG_2_28329

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , που ορίζονται στους πραγματικούς αριθμούς. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.

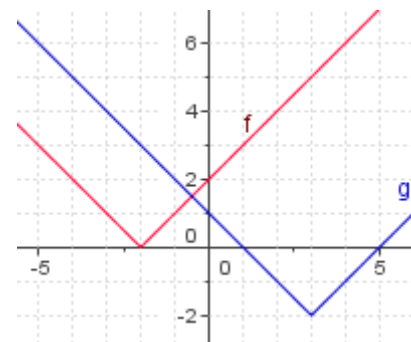
Από τις γραφικές παραστάσεις να βρείτε:

α) Τα διαστήματα μονοτονίας της f , το είδος του ακρότατου της f , τη θέση και την τιμή του.

(Μονάδες 12)

β) Ποιες μετατοπίσεις της f δίνουν τη g . Να προσδιορίσετε στη συνέχεια τον τύπο της συνάρτησης g , αν $f(x) = |x + 2|$.

(Μονάδες 13)



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ (1)

1.ΓΙ. V. ALG. 2. 17663

Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $(2\sigma\upsilon\nu x + 1) \cdot (5\sigma\upsilon\nu x - 4) = 0$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x = \frac{4}{5}$

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

(Μονάδες 15)

ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1^ο ΤΕΤΡΑΗΜΟΡΙΟ

(1)

1.GI_V_ALG_2_17699

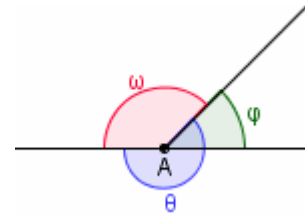
Δίνεται $\eta\mu\varphi = \frac{3}{5}$, όπου φ η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο Α της ευθείας (ε) του διπλανού σχήματος.

α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας φ

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο των γωνιών θ και ω του σχήματος.

(Μονάδες 15)



ΟΙ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

(3)

1.GI_V_ALG_2_17656

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x, x \in R$

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της f ;
(Μονάδες 9)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.
(Μονάδες 10)

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 6)

2.GI_V_ALG_2_17704

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3 \sin 2x, x \in R$.

α) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .
(Μονάδες 12)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να παραστήσετε γραφικά την f σε διάστημα μιας περιόδου.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sin 2x$					
$f(x) = -3 \sin 2x$					

(Μονάδες 13)

3.GI_V_ALG_2_17725

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right), x \in R$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 3x$.
(Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
(Μονάδες 15)

ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

(9)

1.GI_V_ALG_2_16968

α) Είναι η τιμή $x = \frac{\pi}{4}$ λύση της εξίσωσης $3\text{csc}4x + 3 = 0$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \text{csc}4x$ με την ευθεία $y = -1$.

(Μονάδες 15)

2.GI_V_ALG_2_17652

Δίνεται γωνία ω που ικανοποιεί τη σχέση: $(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 1$

α) Να αποδείξετε ότι είτε $\eta\mu\omega = 0$ είτε $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις δυνατές τιμές της γωνίας ω .

(Μονάδες 12)

3.GI_V_ALG_2_17681

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του $x \in [0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

(Μονάδες 15)

4.GI_V_ALG_2_17692

α) Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sigma\upsilon\nu(\pi + x) = 0$

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in [0, 2\pi)$ για τις οποίες ισχύει: $\sigma\upsilon\nu x = -\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

(Μονάδες 15)

5.GI_V_ALG_2_17693

α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς:

$$\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}, \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}, \sigma\upsilon\nu\frac{17\pi}{10},$$

(Μονάδες 12)

β) Αν $\pi < x_1 < x_2 < \frac{3\pi}{2}$, να συγκρίνετε τους αριθμούς: $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x_1\right)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x_2\right)$

(Μονάδες 13)

6.GI_V_ALG_2_17736

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$, $x \neq 2\kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 1 + \sigma\upsilon\nu x$

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$.

(Μονάδες 13)

7.GI_V_ALG_2_17739

Έστω γωνία x για την οποία ισχύουν: $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ και $\eta\mu(\pi - x) - \eta\mu(\pi + x) = 1$.

α) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu x = \frac{1}{2}$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την γωνία x .

(Μονάδες 13)

8.GI_V_ALG_2_17741

α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$, όπου $x \neq \kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

(Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

(Μονάδες 12)

9.GI_V_ALG_2_19911

α) Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sigma\upsilon\nu x + \frac{1}{2}\eta\mu x$

(Μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α), να λύσετε στο διάστημα $(0, \pi)$ την εξίσωση:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sigma\upsilon\nu x + \frac{1}{2}\eta\mu x = 0$$

(Μονάδες 12)

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ΓΩΝΙΩΝ (1)

1.GI_V_ALG_2_17664

Δίνονται οι γωνίες ω, θ για τις οποίες ισχύει: $\omega + \theta = 135^\circ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\varepsilon\varphi(\omega + \theta) = -1$

(Μονάδες 10)

β) $\varepsilon\varphi\omega + \varepsilon\varphi\theta + 1 = \varepsilon\varphi\omega \cdot \varepsilon\varphi\theta$

(Μονάδες 15)

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ 2^{α} (2)

1.GI_V_ALG_2_19912

Δίνεται γωνία ω για την οποία ισχύει ότι: $-\sin 2\omega + 5\eta\mu\omega - 2 = 0$

α) Να αποδείξετε ότι ισχύει: $2\eta\mu^2\omega + 5\eta\mu\omega - 3 = 0$.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$

(Μονάδες 13)

2.GI_V_ALG_2_19913

Έστω η συνάρτηση $f(x) = (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 1 + \eta\mu 2x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της f .

(Μονάδες 13)